

Realni brojevi

1. Наћи највећи заједнички делилац и најмањи заједнички садржалац за следеће бројеве:

А) 180 и 2100;

Б) 46, 69 и 92.

$$\begin{array}{r|l} 180, 2100 & 2 \\ 90, 1050 & 2 \\ 45, 525 & 3 \\ 15, 175 & 5 \\ \hline 3, 35 & \end{array}$$

$$D(180,2100)=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5=60$$

$$\begin{array}{r|l} 180, 2100 & 2 \\ 90, 1050 & 2 \\ 45, 525 & 3 \\ 15, 175 & 3 \\ 5, 175 & 5 \\ 1, 35 & 5 \\ & 7 \\ & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$S(180,2100)=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7=6300$$

В)

$$\begin{array}{r|l} 46, 69, 92 & 23 \\ 2, 3, 4 & \end{array}$$

$$D(46,69,92)=23$$

$$\begin{array}{r|l} 46, 69, 92 & 2 \\ 23, 69, 46 & 2 \\ 23, 69, 23 & 3 \\ 23, 23, 23 & 23 \\ \hline 1, 1, 1 & \end{array}$$

$$S(46,69,92)=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 23=276$$

2. А) Наћи све просте заједничке делиоце бројева 1260 и 120.

Б) Разломак $\frac{120}{1260}$ представити у облику $\frac{p}{q}$ при чему су p и q узајамно прости бројеви.

А) Najbolje je da potražimo NZS, pa ćemo videti...

$$\begin{array}{r|l} 120, 1260 & 2 \\ 60, 630 & 2 \\ 30, 315 & 3 \\ 10, 105 & 5 \\ \hline 2, 21 & \end{array}$$

→ Odavde zaključujemo da su prosti delioci: 2, 3 i 5

Iskoristićemo rešenje pod A i naći NZD:

$$D(120, 1260)=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5=60$$

Dakle razlomak $\frac{120}{1260}$ mozemo skratiti sa 60.

$$\frac{120}{1260} = \frac{2 \cdot \cancel{60}}{21 \cdot \cancel{60}} = \frac{2}{21}$$

3. **Колико различитих елемената има скуп**

$$S = \left\{ 2\sqrt{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{3}; \sqrt{12}; 0,75; 0,333... \right\} ?$$

Uočimo da je:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333...$$

Dakle ima tri elementa (po dva su ista)

4. **Дат је скуп** $\left\{ 0,004; -3\frac{2}{3}; -15; 0,04; 12; -15,5 \right\}$

А) **Најмањи број овог скупа је** _____ .

Б) **Највећи број овог скупа је** _____ .

Da bi prošli najmanji broj iz ovog skupa uočimo negativne brojeve:

$$-3\frac{2}{3}, -15 \text{ i } -15,5$$

Očigledno da je najmanji $-15,5$.

Najveći broj ćemo pronaći od preostalih:

$$0,004; 0,04; \underline{12}$$

Ovde je očigledno 12 najveći broj.

Dakle odgovori su: A) -15,5 B) 12

5. **Изрaчунати:**

А) $23,7 - 6,11 + 0,25 \cdot 60$;

Б) $0,8 + 1,4 \cdot 5 - 0,32 : 0,8$.

A) $23,7 - 6,11 + 0,25 \cdot 60 =$

Najpre izvršimo množenje:

$$25 \cdot 60 = 1500 \text{ - Odavde dobijemo dve decimalna mesta}$$

$$0,25 \cdot 60 = 15,00 = 15$$

Vratimo se u zadatak:

$$23,7 - 6,11 + 0,25 \cdot 60 =$$

$$23,7 - 6,11 + 15 =$$

$$23,70$$

“Na stranu” izrazimo: $-6,11$

$$\underline{17,59}$$

$$= 17,59 + 15 = 32,59$$

B)

$$0,8 + 1,4 \cdot 5 - 0,32 : 0,8 =$$

Na stranu:

$$1,4 \cdot 5 = ?$$

$$14 \cdot 5 = 70$$

$$1,4 \cdot 5 = 7,0 = 7$$

$$0,32 : 0,8 = ?$$

$$0,32 : 0,8 = \text{proširimo sa } 10$$

$$3,2 : 8 = 0,4$$

Vratimo se u zadatak:

$$0,8 + 1,4 \cdot 5 - 0,32 : 0,8 =$$

$$0,8 + 7 - 0,4 =$$

$$7,8 - 0,4 = 7,4$$

6. Збир бројева $-1,25$ и $7\frac{1}{2}$ поделити бројем $-2,5$.

Najpre postavimo zadati izraz:

$$\left(-1,25 + 7\frac{1}{2}\right) : (-2,5) =$$

Dalje možemo sve prebacivati u razlomak ili sve raditi u decimalnom zapisu. Mi ćemo vam pokazati oba načina pa vi odaberite.

$$\left(-1,25 + 7\frac{1}{2}\right) : (-2,5) = \left(-1,25 + 7\frac{1}{2}\right) : (-2,5) =$$

$$(-1,25 + 7,5) : (-2,5) = \left(-\frac{125}{100} + \frac{15}{2}\right) : \left(-\frac{25}{10}\right) =$$

$$6,25 : (-2,5) = -2,5 \quad \left(-\frac{5}{4} + \frac{15}{2}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

$$\left(\frac{-5+30}{4}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

$$\frac{25}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{5}{2}$$

7. Производ бројева $2\frac{1}{5}$ и 2,5 умањити за збир бројева 8,5 и 3,34.

$$\left(2\frac{1}{5} \cdot 2,5\right) - (8,5 + 3,34) =$$

Nama je lakše da sve prebacimo u decimalni zapis:

$$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5} = 11 : 5 = 2,2$$

$$(2,2 \cdot 2,5) - (8,5 + 3,34) =$$

$$5,5 - 11,84 = (\text{pazi, znak rešenja je "-" a moramo od 11,84 oduzeti 5,5}) = -6,34$$

$$11,84$$

$$-5,50$$

$$\hline 6,34$$

8. Дати су изрази $A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ и $B = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) : \frac{1}{3}$. Израчунати вредност разлике $A - B$.

Najpre ćemo naći vrednost izraza A i B

$$A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1-3}{9} = -\frac{2}{9}$$

$$B = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) : \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = \frac{1-3}{3} = -\frac{2}{3}$$

Sada tražimo $A - B = ?$

$$A - B = -\frac{2}{9} - \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{9} + \frac{2}{3} = \frac{-2+6}{9} = \frac{4}{9}$$

9. Израчунати вредност израза $a - b + c$, ако се зна да је

$$a = 1,5 - 0,9 + \frac{3}{5}; \quad b = 1\frac{1}{2} - 0,125; \quad c = 0,5.$$

$$a = 1,5 - 0,9 + \frac{3}{5} = 1,5 - 0,9 + 0,6 = 1,2$$

$$b = 1\frac{1}{2} - 0,125 = \frac{3}{2} - 0,125 = 1,5 - 0,125 = 1,375$$

$$1,500$$

$$-0,125$$

$$1,375$$

$$c = 0,5$$

$$a - b + c = 1,2 - 1,375 + 0,5 = (\text{prvo saberemo pozitivne: } 1,25 + 0,5 = 1,7) = 1,7 - 1,375 = 0,325$$

$$1,700$$

$$-1,375$$

$$0,325$$

10. Израчунати:

A) $(2828 : 28 - 2008 : 20) : (0,28 - 0,2);$

B) $0,01 \cdot 0,1 - 0,1 : 0,01 + 0,01 : 0,1.$

A) $(2828:28-2008:20):(0,28-0,2)=$
 $= (101-100,4) : 0,08 =$
 $= 0,6 : 0,08 = (\text{proširimo sa } 100)$
 $= 60 : 8 = 7,5$

B) $0,01 \cdot 0,1 - 0,1 : 0,01 + 0,01 : 0,1 =$
 Odradimo množenje "na stranu":
 $0,01 \cdot 0,1 = (\text{pošto je } 1 \cdot 1 = 1, \text{ odvojimo tri decimalna mesta}) = 0,001$
 $0,1 : 0,01 = (\text{proširimo sa } 100) = 10 : 1 = 10$
 $0,01 : 0,1 = (\text{proširimo sa } 100) = 0,1 : 1 = 0,1$

Vratimo se u zadatak:

$$= 0,001 - 10 + 0,1 = 0,101 - 10 = -9,899$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad + \quad \uparrow \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10,000 \\ -0,101 \\ \hline 9,899 \end{array}$$

11. Израчунати:

A) $5 \cdot 102,34 \cdot 20;$

B) $\frac{11}{30} \cdot \frac{7}{12} + \frac{11}{30} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{11}{30} \cdot \left(1\frac{5}{12}\right).$

A)

$$5 \cdot 102,34 \cdot 20 = (\text{Ovde naravno možemo množiti redom, ali je pametnije prvo pomnožiti } 5 \cdot 20 = 100) \\ = 100 \cdot 102,34 = 10234$$

B)

$$\begin{aligned} \frac{11}{30} \cdot \frac{7}{12} + \frac{11}{30} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{11}{30} \cdot \left(1\frac{5}{12}\right) &= \\ = \frac{11}{30} \cdot \frac{7}{12} + \frac{11}{30} \cdot \frac{3}{4} + \frac{11}{30} \cdot \frac{17}{12} &= \end{aligned}$$

Ovde ćemo izvući ispred zagrade $\frac{11}{30}$ kao zajednički...

$$\begin{aligned} &= \frac{11}{30} \left[\frac{7}{12} - \frac{3}{4} + \frac{17}{12} \right] \\ &= \frac{11}{30} \cdot \frac{7-9+17}{12} = \frac{11}{30} \cdot \frac{15}{12} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{11}{24} \end{aligned}$$

12. Да ли су тачне неједнакости:

A) $-1\frac{2}{3} \cdot (-1,2) < 0,8 \cdot \frac{4}{7};$

B) $-5\frac{1}{2} \cdot 3,72 < 1,5 \cdot \frac{1}{3}?$

A)

$$-1\frac{2}{3} \cdot (-1,2) < 0,8 \cdot \frac{4}{7} \quad (\text{Pazi: } \cdot \cdot \cdot = +)$$

~~$$+\frac{5}{3} \cdot \frac{12}{10} < \frac{8}{10} \cdot \frac{4}{7}$$~~

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{4}{2} < \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{7}$$

$$2 < \frac{16}{35} \rightarrow \text{Netačno}$$

$$B) -5\frac{1}{2} \cdot 3,72 < 1,5 \cdot \frac{1}{3}$$

Ovaj izraz je tačan, i to možemo zaključiti bez računanja! Kako? Pa izraz na levoj strani je negativan a na desnoj pozitivan!

13. Za koliko je vrednost izraza $A = \left(\frac{3}{5} : 3\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{12}$ maња od vrednosti izraza

$$B = \left(\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{4}\right) : 1\frac{3}{8}?$$

$$A = \left(\frac{3}{5} : 3\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{12} = \left(\frac{3}{5} : \frac{13}{4}\right) \cdot \frac{13}{12} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{3}{15}$$

$$B = \left(\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{4}\right) : 1\frac{3}{8} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{4}\right) : \frac{11}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{8}{11} = \frac{4}{3}$$

$$B - A = \frac{4}{3} - \frac{3}{15} = \frac{20 - 3}{15} = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}$$

14. Koliko puta je vrednost izraza

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{8}$$

maња od 96?

Izračunajmo prvo vrednost datog izraza:

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{8} =$$

$$\frac{4-3}{4} : \frac{3}{4} + \left(\frac{-2+3}{4}\right) : \frac{3}{8} =$$

$$\frac{1}{4} : \frac{3}{4} + \frac{1}{4} : \frac{3}{8} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Odgovor je: $96:1=96$ puta

15. Израчунати :

А) $-|-7| + 2 \cdot |+4| - 3 \cdot |-5|;$

Б) $\left| \frac{1}{5} \right| - \frac{1}{8} \cdot |-8| + 12 \cdot \left| -\frac{2}{3} \right|.$

А)

$$\begin{aligned} & -|-7| + 2 \cdot |+4| - 3 \cdot |-5| = \\ & -7 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot 5 = -7 + 8 - 15 = -14 \end{aligned}$$

В)

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{5} \right| - \frac{1}{8} \cdot |-8| + 12 \cdot \left| -\frac{2}{3} \right| = \\ & \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \cdot 8 + 12 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5} - 1 + 8 = 7\frac{1}{5} \end{aligned}$$

16. Израчунати вредност израза

$$\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{0,5 + \frac{3}{2}}$$

$$\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{0,5 + \frac{3}{2}} = [\text{PAZI: izraz u brojiocu je razlika kvadrata } (A - B)(A + B) = A^2 - B^2]$$

$$= \frac{\sqrt{6}^2 - \sqrt{2}^2}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{6 - 2}{\frac{4}{2}} = \frac{4}{2} = 2$$

17. Израчунати вредност израза

$$\frac{\frac{32}{3}}{\frac{62}{75} - 0,16} - 25$$

$$\frac{\frac{32}{3}}{\frac{62}{75} - 0,16} - 25 = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{62}{75} - \frac{16}{100}} - 25 =$$

$$= \frac{\frac{32}{3}}{\frac{62}{75} - \frac{4}{25}} - 25 = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{62-12}{75}} - 25 =$$

$$\begin{array}{l} \frac{32}{3} \\ \uparrow \\ \frac{3}{50} \\ \downarrow \\ \frac{32}{75} \end{array} - 25 = \frac{32 \cdot 75}{3 \cdot 50} - 25 = (\text{skrati})$$

$$= \frac{32}{2} - 25 = 16 - 25 = -9$$

18. Израчунати вредност израза:

A) $(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})$;

B) $(\sqrt{2} - 1) \cdot (3 + \sqrt{2})$.

A)

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) &= [\text{razlika kvadrata}] \\ &= \sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2 = 5 - 3 = 2 \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} - 1)(3 + \sqrt{2}) &= [\text{ovde moramo da pomnožimo 'svaki sa svakim'}] \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 3 - 1 \cdot \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 2 - 3 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$= 2\sqrt{2} - 1$$

19. Израчунати вредност израза

$$(\sqrt{50} + \sqrt{30} + \sqrt{18}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}).$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{50} + \sqrt{30} + \sqrt{18}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) &= [\text{'svaki sa svakim'}] \\ &= \sqrt{50} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{50} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{30} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{30} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{18} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{18} \cdot \sqrt{3} = \\ &= \sqrt{250} - \sqrt{150} + \sqrt{150} - \sqrt{90} + \sqrt{90} - \sqrt{54} = \\ &= \sqrt{250} - \sqrt{54} = [\text{još malo da 'doteramo' rešenje}] \\ &= 5\sqrt{10} - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\sqrt{250} = \sqrt{25 \cdot 10} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{10} = 5\sqrt{10}$$

$$\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$