

225. Одредити број дијагонала  $D_7$  и збир унутрашњих углова  $S_7$  било ког конвексног седмоугла.

Pošto je u pitanju sedmougao, onda je  $n = 7$ .

$$D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$D_7 = \frac{7 \cdot (7-3)}{2}$$

$$D_7 = \frac{7 \cdot 4}{2}$$

$$D_7 = 14$$

$$S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = (7-2) \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 5 \cdot 180^\circ$$

$$S_7 = 900^\circ$$

226. Број дијагонала неког многоугла је три пута већи од броја његових темена. Колико страница има тај многоугао?

$$D_n = 3n \quad (\text{jer je broj dijagonala tri puta veći od broja stranica})$$

$n=?$

$$D_n = 3n$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 3n \quad (\text{pokratimo } n \text{ i } n)$$

$$\frac{(n-3)}{2} = 3$$

$$n-3 = 3 \cdot 2$$

$$n-3 = 6$$

$$n = 3 + 6$$

$$n = 9$$

227. Збир углова конвексног многоугла је  $1620^\circ$ . Одредити број његових:

- А) темена;
- Б) дијагонала.

$$S_n = 1620^\circ$$

А)  $n = ?$

Б)  $D_n = ?$

$$S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$1620^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$n-2 = \frac{1620^\circ}{180^\circ}$$

$$n-2 = 9$$

$$n = 9 + 2$$

$$n = 11$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$D_{11} = \frac{11 \cdot (11-3)}{2}$$

$$D_{11} = \frac{11 \cdot 8}{2}$$

$$D_{11} = 44$$

228. Сваки од углова многоугла је  $\alpha = 160^\circ$ . Колико тај многоугао има:

- А) страница;
- Б) дијагонала?

$$\alpha = 160^{\circ}$$

$$A) n = ?$$

$$B) D_n = ?$$

Iskoristićemo da je zbir unutrašnjeg i spoljašnjeg ugla  $180$  stepeni i naći spoljašnji ugao, a onda ćemo preko spoljašnjeg ugla izračunati  $n$ .

$$\alpha + \alpha_1 = 180^{\circ}$$

$$160^{\circ} + \alpha_1 = 180^{\circ}$$

$$\alpha_1 = 180^{\circ} - 160^{\circ}$$

$$\alpha_1 = 20^{\circ}$$

$$n = \frac{360^{\circ}}{\alpha_1} = \frac{360^{\circ}}{20^{\circ}} = 18$$

Dalje nije teško izračunati broj dijagonala:

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

$$D_{18} = \frac{18 \cdot (18 - 3)}{2}$$

$$D_{18} = \frac{18 \cdot 15}{2}$$

$$D_{18} = 135$$

229. Број дијагонала неког многоугла је пет пута већи од броја његових страница. Колики је збир његових углова?

$$D_n = 5n \text{ (broj dijagonala je pet puta veći od broja temena)}$$

$$D_n = 5n$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 5n \quad (\text{pokratimo } n \text{ i } n)$$

$$\frac{(n-3)}{2} = 5$$

$$n-3 = 5 \cdot 2$$

$$n-3 = 10$$

$$n = 3 + 10$$

$$n = 13$$

Sada računamo zbir njegovih unutrašnjih uglova:

$$S_n = (n-2) \cdot 180^0$$

$$S_{13} = (13-2) \cdot 180^0$$

$$S_{13} = 11 \cdot 180^0$$

$$S_{13} = 1980^0$$

230. Да ли постоји многоугао у коме је сваки од углова  $110^0$ ? Образложити одговор.

$$\alpha = 110^0$$

$$n = ?$$

Pokušaćemo da nađemo broj stranica  $n$ , i tako utvrditi da li takav mnogougao postoji!

$$\alpha + \alpha_1 = 180^0$$

$$110^0 + \alpha_1 = 180^0$$

$$\alpha_1 = 180^0 - 110^0$$

$$\alpha_1 = 70^0$$

$$n = \frac{360^0}{\alpha_1} = \frac{360^0}{70^0} = \frac{36}{7} = 5 \frac{1}{7}$$

Dakle, takav mnogougao **ne postoji!**

231. Колико страница има правилни многоугао чији је централни угао  $12^0$ ?

$$\varphi = 12^{\circ}$$

$$n = ?$$

Znamo da je centralni ugao jednak spoljašnjem uglu. Dakle:  $\varphi = \alpha_1$

$$n = \frac{360^{\circ}}{\alpha_1} = \frac{360^{\circ}}{12^{\circ}} = 30$$

Dakle, taj mnogougao ima 30 stranica.

232. Централни угао правилног многоугла је  $15^{\circ}$ . Одредити унутрашњи угао тог многоугла.

$$\varphi = 15^{\circ}$$

$$\alpha = ?$$

Centralni ugao jednak je spoljašnjem uglu. To jest:  $\varphi = \alpha_1$

$$\alpha + \alpha_1 = 180^{\circ}$$

$$\alpha + 15^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$\alpha = 180^{\circ} - 15^{\circ}$$

$$\alpha = 165^{\circ}$$

233. Колико страница има правилни многоугао у коме је централни угао пет пута мањи од унутрашњег угла тог многоугла?

$$\alpha = 5 \cdot \varphi \text{ (centralni ugao je 5 puta manji od unutrašnjeg)}$$

$$n = ?$$

Centralni ugao jednak je spoljašnjem uglu:  $\varphi = \alpha_1$

Datu jednakost možemo zapisati i kao:  $\alpha = 5 \cdot \alpha_1$

Dalje ćemo oformiti sistem jednačina:

$$\alpha = 5\alpha_1$$

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$5\alpha_1 + \alpha_1 = 180^\circ$$

$$6\alpha_1 = 180^\circ$$

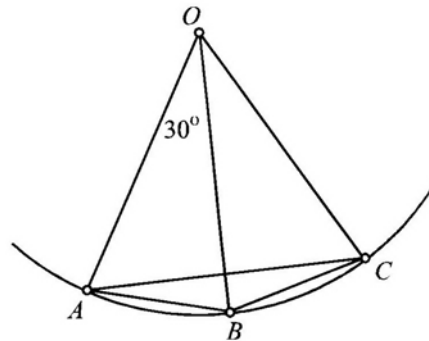
$$\alpha_1 = \frac{180^\circ}{6}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

I konačno, broj stranica traženog mnogougla je:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha_1} = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

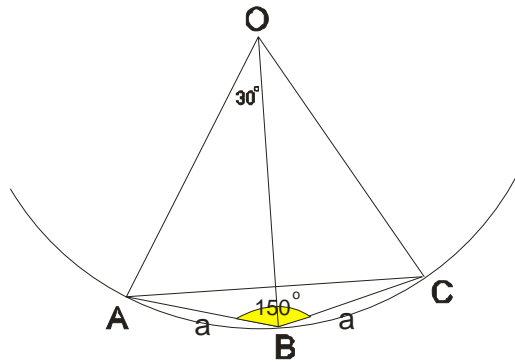
234. Тачке  $A, B, C$  су три узастопна темена правилног многоугла чији је централни угао  $\alpha = 30^\circ$ . Одредити угао  $ACB$ .



Prvo jedno objašnjenje: mi smo centralni ugaо obeležavali sa  $\varphi$  a oni ga daju sa  $\alpha$ , da vas to ne zbuni.

Znamo da je centralni ugaо jednak spoljašnjem, a to ćemo iskoristiti da nađemo unutrašnji ugaо!

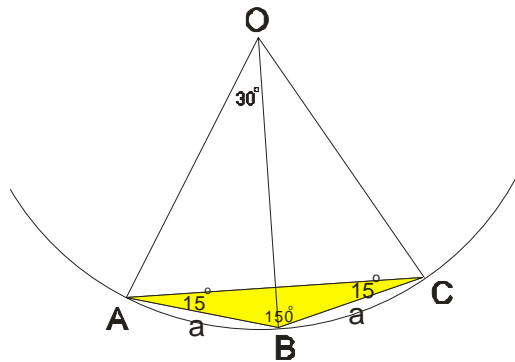
$$\alpha_{unutr.} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$



Uočimo dalje trougao ABC. On je jednakokraki, a znamo da je jedan ugao  $150^{\circ}$ .

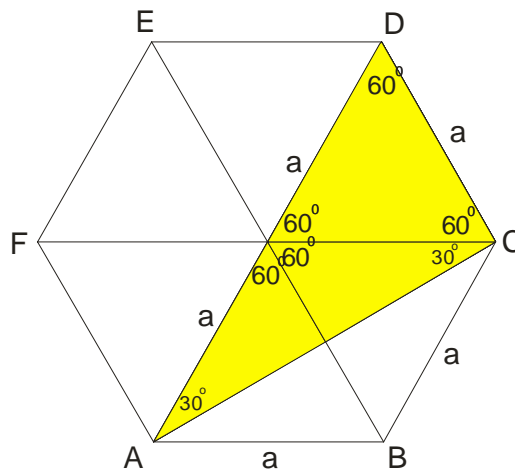
Kako je zbir uglova u svakom trouglu  $180^{\circ}$ , naći ćemo traženi ugao:

$$\sphericalangle ACB = \frac{180^{\circ} - 150^{\circ}}{2} = \frac{30^{\circ}}{2} = 15^{\circ}$$



235. Ако је  $ABCDEF$  правилни шестоугао, одредити углове троугла  $ACD$ .

Nacrtajmo sliku i ona će nam sve “ispričati”:



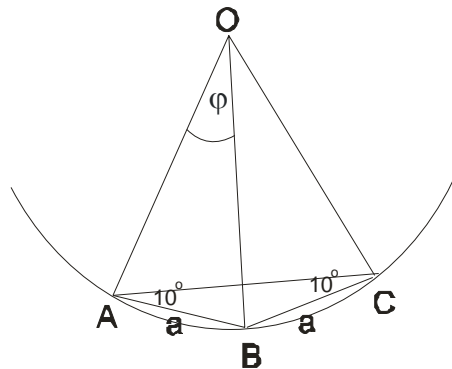
Znamo da se šestougao sastoji iz 6 jednakostraničnih trouglova. Uglovi u svakom od tih trouglova su po  $60^\circ$ .

Ugao CAD je polovina od  $60^\circ$ , dakle  $30^\circ$ . Takav je i ugao ACF =  $30^\circ$

Jasno je da su uglovi trougla ACD:  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

236. Тачке  $A$ ,  $B$  и  $C$  су три узастопна темена правилног многоугла. Ако је  $\angle ACB = 10^\circ$ , одредити централни угао и број страница тог многоугла.

Ovaj zadatak je vrlo sličan 234. zadatku al ovde imamo ugao ACB a trebamo naći centralni ugao!



Trougao ABC je jednakokraki, jer su dve njegove stranice istovremeno i stranice mnogougla. Dakle i ugao BAC je  $20^\circ$ .

Onda je unutrašnji ugao mnogougla :  $\sphericalangle ABC = 180^\circ - (10^\circ + 10^\circ) = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

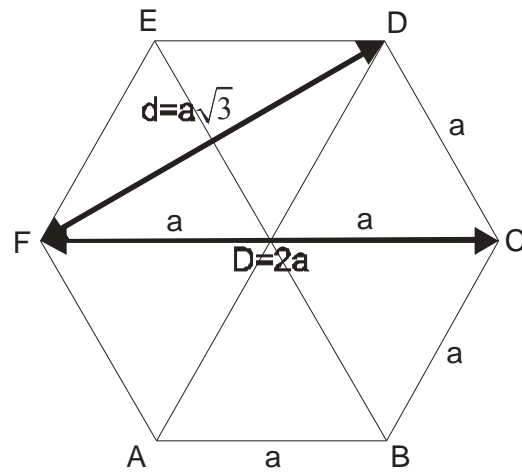
Spoljašnji ugao ( koji je jednak traženom centralnom) je :

$$\varphi = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

Broj stranica n ćemo naći iz formule:

$$n = \frac{360^\circ}{\varphi} = \frac{360^\circ}{20^\circ} = 18$$

237. Дужа дијагонала правилног шестоугла је  $4\sqrt{3}$  cm. Одредити његову краћу дијагоналу.



$$D = 4\sqrt{3}cm$$

$$d = ?$$

$$D = 2a$$

$$4\sqrt{3} = 2a$$

$$a = \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$a = 2\sqrt{3}cm$$

$$d = a\sqrt{3}$$

$$d = 4\sqrt{3}\sqrt{3}$$

$$d = 4 \cdot 3$$

$$d = 12cm$$

238. Краћа дијагонала правилног шестоугла је  $2\sqrt{3}$  cm. Одредити страницу и површину тог шестоугла.

$$d = 2\sqrt{3}$$

$$a = ?$$

$$P = ?$$

$$d = 2\sqrt{3}$$

$$a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$a = 2\text{cm}$$

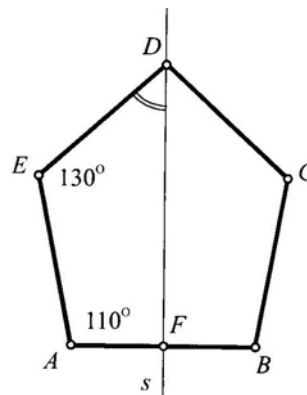
$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

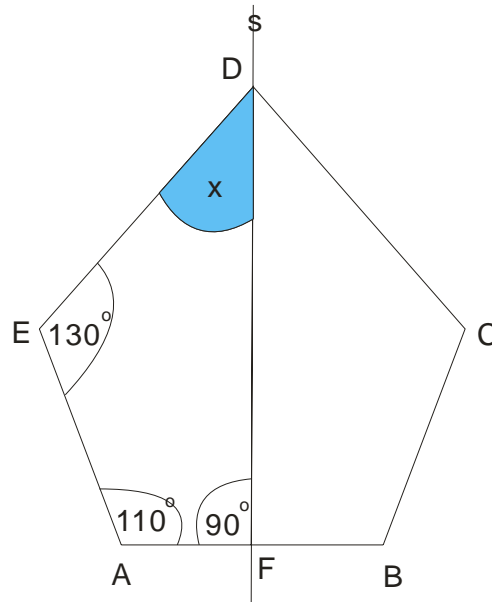
$$P = 6 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P = 6 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

$$P = 6\sqrt{3}\text{cm}^2$$

239. На приложеном цртежу, права  $s = DF$  је оса симетрије петоугла  $ABCDE$ . Ако је  $\angle DEA = 130^\circ$  и  $\angle EAB = 110^\circ$ , одредити угао  $EDF$ .





Kako je s osa simetrije, to zaključujemo da je ugao  $AFD = 90^0$

Dalje posmatramo četvorougao AFDE. Znamo da je zbir uglova u svakom četvorouglu  $360^0$ .

Kako znamo tri ugla, lako ćemo izračunati nepoznati ugao:

$$\square EDF = 360^0 - (90^0 + 110^0 + 130^0)$$

$$\square EDF = 360^0 - 330^0$$

$$\square EDF = 30^0$$

