

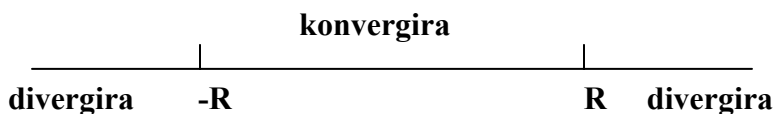
STEPENI REDOVI

DEF: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (t-t_0)^n$ je stepeni red, ako stavimo $t-t_0=x$, dobijamo $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n + \dots$

Delimična suma reda je $S_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$; a n-ti ostatak je $R_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{n+k} x^{n+k}$

Ako postoji R tako da je $|x| < R$ onda taj red konvergira, a za $|x| > R$ divergira.

Interval $(-R, R)$ je interval konvergencije reda.



Za $x=R$ i $x=-R$, radimo posebno, koristeći kriterijume za konvergenciju brojnih redova.

Košijev kriterijum: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = R$

Koreni kriterijum: $\frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = R$

Važe sledeće teoreme: Neka je $S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} S(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} (\lim_{x \rightarrow x_0} a_n x^n) = S(x_0)$$

$$2) \int_a^b \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right) dx = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_a^b a_n x^n dx \right)$$

3) Stepeni red se na intervalu konvergencije može diferencirati član po član

RAZVOJI

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \text{ gde je } (-\infty < x < \infty)$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad (-\infty < x < \infty) \quad \text{shx bez } (-1)^n$$

isto i chx

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$(1+x)^m = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{m}{n} x^n, \quad -1 < x < 1$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}, \quad -1 < x < 1$$

$$\ln(1-x) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \quad -1 < x < 1$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad -1 < x < 1$$

$$\frac{x}{1-x} = \sum_{n=1}^{\infty} x^n$$