www.matematiranje.com

STEPENI REDOVI

DEF: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (t-t_0)^n$ je stepeni red , ako stavimo $t-t_0=x$, dobijamo $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0+a_1x+\ldots+a_nx^n+\ldots$

Delimična suma reda je $S_n(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$; a n-ti ostatak je $R_n(x)=\sum_{k=0}^{\infty} a_{n+k} x^{n+k}$

Ako postoji R tako da je $|x|<R$ onda taj red konvergira, a za $|x|>R$ divergira.

Interval (-R,R) je interval konvergencije reda **.**

konvergira

divergira **-R** **R** **divergira**

Za x=R i x=-R, radimo posebno , koristeći kriterijume za konvergenciju brojnih redova.

Košijev kriterijum: $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$ **=R**

Koreni kriterijum: $\frac{1}{\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}}$ **=R**

Važe sledeće teoreme: Neka je $S(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

1) $\lim_{x\to x_0} S(x)=\lim_{x\to x_0}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n=\sum_{n=0}^{\infty}(\lim_{x\to x_0} a_nx^n)=S(x_0)$

2) $\int_a^b (\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n)dx=\sum_{n=0}^{\infty}(\int_a^b a_nx^n dx)$

3) **Stepeni red se na intervalu konvergencije može diferencirati član po član**

RAZVOJI

$e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ gde je $(-\infty<x<\infty)$

$\sin x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$, $(-\infty<x<\infty)$ **shx bez (-1)^n**

isto i **chx**

$\cos x=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$, $(-\infty<x<\infty)$

$(1+x)^m=\sum_{n=0}^{\infty}\binom{m}{n}x^n$, $-1<x<1$

$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$, $-1<x<1$

$\ln(1-x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$, $-1<x<1$

$\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n$ $-1<x<1$

$\frac{x}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}x^n$