www.matematiranje.com

PRIMENA ODREĐENOG INTEGRALA U GEOMETRIJI

1. Površina figura u ravni:

- P=$\int_a^b f(x)dx$, ako je kriva y=f(x) iznad x – ose
- P= - $\int_a^b f(x)dx$, ako je kriva ispod x – ose
- P= $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx$, ako nam treba površina između krivih

Ako je kriva zadata u polarnim koordinatama: G={ (ρ,φ), $\alpha \le \varphi \le \beta$, $0 \le \rho \le f(\varphi)$ } onda se površina računa:

P(G)=$\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta f^2(\varphi)d\varphi$

2. Zapremina tela :

-$V_x=\pi\int_a^b y^2dx$, ako se kriva y=f(x) okreće oko x- ose

- $V_y=\pi\int_c^d x^2dy$, ako se kriva x=f(y) okreće oko y-ose

- $V_x=\pi\int_\alpha^\beta y^2(t)x`(t)dt$ i $V_y=2\pi\int_\alpha^\beta x(t)y(t)x`(t)dt$, ako je kriva zadata parametarski: x=x(t), y=y(t)

Ako je kriva zadata u polarnim koordinatama: $\rho=\rho(\varphi)$, $\alpha \le \varphi \le \beta \le \pi$, $0 \le \rho \le \rho(\varphi)$

V=$\frac{2}{3}\pi\int_\alpha^\beta \rho^3\sin\varphi d\varphi$

3. **Dužina luka krive**:

L=$\int_a^b \sqrt{1+f`(x)^2}dx$, ako radimo po x

L=$\int_c^d \sqrt{1+g`(y)^2}dy$, ako radimo po y

L=$\int_\alpha^\beta \sqrt{x`^2(t)+y`^2(t)}dt$, parametarski

L=$\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho`^2+\rho^2}d\varphi$, $\rho=\rho(\varphi)$, polarno

4. Površina rotacione površi:

S= $2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+f`(x)^2}dx$, po x x$\in[a,b]$

S=$2\pi\int_c^d g(y)\sqrt{1+g`(y)^2}dy$, po y y$\in$[c,d]

S=$2\pi\int_\alpha^\beta y(t)\sqrt{x`^2(t)+y`^2(t)}dt$, parametarski x=x(t), y=y(t), t$\in[\alpha,\beta]$

S=$2\pi\int_{\alpha}^{\beta}|\rho\sin\varphi|\sqrt{\rho'^2+\rho^2}\,d\varphi$, polarno $\varphi\in[\alpha,\beta]$