PARCIJALNE DIFERENCIJALNE JEDNAČINE

Homogena linearna parcijalna diferencijalna jednačina

Oblika je:

$$X_1(x_1,x_2,\dots x_n)\frac{\partial u}{\partial X_1} + X_2(x_1,x_2,\dots x_n)\frac{\partial u}{\partial X_2} + \dots\dots + X_n(x_1,x_2,\dots x_n)\frac{\partial u}{\partial X_n} = 0$$

Iz date jednačine formiramo sistem jednačina u simetričnom obliku:

$$\frac{dX_1}{X_1(x_1,x_2,...,x_n)} = \frac{dX_2}{X_2(x_1,x_2,...,x_n)} = ... = \frac{dX_n}{X_n(x_1,x_2,...,x_n)}$$

Rešimo ovaj sistem, i dobijemo integrale(rešenja)

$$\left.\begin{array}{l} \psi_1(x_1,x_2,...,x_n) \\ \psi_2(x_1,x_2,...,x_n) \\ -------------- \\ \psi_n(x_1,x_2,...,x_n) \end{array}\right\} \quad U = \phi\left(\psi_1,\psi_2,...,\psi_n\right) \quad \text{je opšte rešenje}$$

Košijev zadatak:

Dat je neki početni uslov, njega zamenimo u ψ_1, $\psi_2,...,\psi_n$, i rešavamo po $x_1,...,x_{n-1}$, to zamenimo u traženo Košijevo rešenje.

Znači moramo da eliminišemo nepoznate (najčešće x,y i z) i sve predstavimo preko :

$\overline{\psi_1}$, $\overline{\psi_2}$, ...Nađemo vezu između njih i vratimo prava rešenja.

Nehomogena linearna parcijalna diferencijalna jednačina

Oblika je: $X_1(x_1,x_2,\dots x_n,u)\frac{\partial u}{\partial X_1} + X_2(x_1,x_2,\dots x_n,u)\frac{\partial u}{\partial X_2} + \dots\dots + X_n(x_1,x_2,\dots x_n,u)\frac{\partial u}{\partial X_n} = R(x_1,\dots,x_n,u)$

Formiramo sistem: $\dfrac{dX_1}{X_1(x_1,x_2,...,x_n,u)} = \dfrac{dX_2}{X_2(x_1,x_2,...,x_n,u)} = ... = \dfrac{dX_n}{X_n(x_1,x_2,...,x_n,u)} = \dfrac{du}{R(x_1,..x_n,u)}$

Kao rešenje dobijamo n-nezavisnih prvih integrala:

$$\psi_1(x_1, x_2, ..., x_n, u)$$
$$\psi_2(x_1, x_2, ..., x_n, u)$$
- - - - - - - - - - - - - - - - -
$$\psi_n(x_1, x_2, ..., x_n, u)$$

Košijev zadatak rešavamo isto kao kod homogene.

Važno: Ovde uvek moramo proveriti nezavisnost prvih integrala:

Na primer, ako imamo dve nepoznate x i y ,tada je:

$$\frac{D(\psi_1, \psi_2)}{D(x, y)} \neq 0$$

Ako imamo tri nepoznate: x,y,z onda je:

$$\frac{D(\psi_1, \psi_2, \psi_3)}{D(x, y, z)} \neq 0 \quad \text{itd.}$$

Ako se negde javi p i q , znamo da je p= $\frac{\partial z}{\partial x}$ i q = $\frac{\partial z}{\partial y}$