

### PARCIJALNA INTEGRACIJA

$$\int u dv = uv - \int v du$$

U datom integralu “nešto” izaberemo da je  $u$ , a “nešto” izaberemo da je  $dv$ .

$$\left. \begin{array}{l} \Theta = u \quad \Delta dx = dv \\ \Theta dx = du \quad \int \Delta dx = v \end{array} \right|$$

Da bi “pametno” birali ove integrale ćemo podeliti u 4. grupe.

1. **GRUPA** Ovde ćemo birati da je  $x$  ili izraz vezan sa  $x$  jednak  $u$ , a sve ostalo je  $dv$

$$\text{Primeri : } \int x \cos x dx, \int (1-x) \sin x dx, \int x e^x dx, \int \frac{x}{\sin^2 x} dx, \int (x^2 - 2x + 5) e^{-x} dx$$

2. **GRUPA** Ovde ne uzimamo  $x$  za  $u$ , već funkciju pored  $x$ , (odnosno izraza sa  $x$ ).  $\ln x = u$ ,  $\arcsin x = u$ ,  $\arctg x = u$  a sve ostalo je  $dv$ .

$$\text{Primeri : } \int x \ln x dx, \int x \arcsin x dx, \int x^2 \arctg x dx, \int x^3 \ln x dx$$

3. **GRUPA** Ovde ćemo uzimati  $dx = dv$ , a unutrašnja funkcija je  $u$ , kao u 2. grupi

$$\text{Primeri : } \int \ln x dx, \int \ln^2 x dx, \int \arctg x dx, \int \arcsin x dx$$

4. **GRUPA** To su kružni integrali, koji uvek imaju svog “para” preko koga se dati integral vraća na početak

$$\text{Primeri: } \int e^x \sin x dx, \int e^x \cos x dx, \int \sin(\ln x) dx, \int \cos(\ln x) dx$$

#### OZBILJNI PRIMERI:

$$\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx, \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx, \int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx, \int \arctg(1 + \sqrt{x}) dx, \int \frac{x e^x}{(e^x - 1)^3} dx$$

### INTEGRALI NEKIH IRACIONALNIH FUNKCIJA

Ako je iracionalna funkcija oblika  $\int R[x, (\frac{ax+b}{cx+d})^m, \dots, (\frac{ax+b}{cx+d})^r] dx$  onda ćemo uzimati smenu

$$\frac{ax+b}{cx+d} = t^k, \text{ gde je } k \text{ najmanji zajednički sadržalac za razlomke } \frac{m}{n}, \dots, \frac{r}{s}$$

Primeri:

$$\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}} \text{ (smena } x=t^2) \quad \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}} \text{ (smena } x=t^2) \quad \int \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt[3]{x}} dx \text{ ( smena } x=t^6)$$

$$\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx \text{ (smena } x+1=t^6 \text{ jer je 6 NZS za 2 i 3)} \quad \int x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx, \int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

Posle smene integrali ovih iracionalnih funkcija se svedu na integrale racionalne funkcije.