www.matematiranje.com

OJLEROVE SMENE

Njih koristimo kod integrala tipa : $\int R[x,\sqrt{ax^2+bx+c}]dx$.

1) Ako je a>0 smena je $\sqrt{ax^2+bx+c} = \pm\sqrt{a}\,x+t$
2) Ako je c>0 smena je $\sqrt{ax^2+bx+c} = xt+\sqrt{c}$
3) Ako su x_1 i x_2 rešenja kvadratne jednačine uvodimo smenu $\sqrt{ax^2+bx+c}=a(x-x_1)t$ ili $\sqrt{ax^2+bx+c}=a(x-x_2)t$

Primeri: $\int\frac{dx}{x+\sqrt{x^2+x+1}}$, $\int\frac{dx}{x+\sqrt{x^2-5x+6}}$, $\int\frac{(1-\sqrt{x^2+x+1})^2}{x^2\sqrt{x^2+x+1}}dx$

Pazi, ako je u imeniocu proizvod, npr. $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$ treba uzeti smenu $x=\frac{1}{t}$ i tako izbegnemo Ojlera…

INTEGRAL BINOMNOG DIFERENCIJALA

Ova metoda se koristi kod integrala oblika $\int x^m(a+bx^n)^p\,dx$. Ovaj tip se svodi na integral racionalne funkcije. Razlikovaćemo 3 situacije:

1) Ako je p-ceo broj , onda dizanjem binoma $(a+bx^n)$ na p-ti stepen, ovaj integral bude kao integral iracionalne funkcije
2) Ako je $\frac{m+1}{n}$ -ceo broj , smena je $a+bx^n = t^s$, gde je s imenilac razlomka p
3) Ako je $\frac{m+1}{n}+p$ – ceo broj, tada je smena $ax^{-n} + b=t^s$, gde je s opet imenilac razlomka p

Primeri: $\int\frac{dx}{x^6\sqrt{x^2-1}}$, $\int\frac{\sqrt{x^3+x^4}}{x^4}dx$,

METODA OSTROGRADSKOG

Koristimo je za rešavanje integrala tipa $\int\frac{P(x)}{\sqrt{ax^2+bx+c}}dx$, gde je P(x) polinom drugog ili većeg stepena.

Ako je P(x) drugog stepena radimo sledeće:

$\int\frac{mx^2+px+r}{\sqrt{ax^2+bx+c}}dx=(Ax+B)\sqrt{ax^2+bx+c}+\lambda\int\frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, tražimo koeficiente A,B i λ

- ovu jednačinu najpre diferenciramo (nadjemo joj izvod)
- zatim je pomnožimo sa $\sqrt{ax^2+bx+c}$
- Sredimo obe strane i uporedjivanjem tražimo nepoznate koeficiente A,B i λ

Primeri: $\int \frac{2x^2+3x}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$, $\int \frac{4x^2-5x}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$