

INTEGRALI TIP A:

$$I_1 = \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} \quad I_2 = \int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx \quad I_3 = \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad I_4 = \int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$$

Kod ovih integrala najpre kvadratni trinom prebacimo u kanonski oblik:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \quad \text{onda uzimamo smenu: } x + \frac{b}{2a} = t \Rightarrow dx = dt$$

integrali I_1 i I_3 se odmah svedu na tablični, dok za preostala dva moramo iz smene izraziti $x = t - \frac{b}{2a}$

i to zameniti u izraz $Ax + B$, a možemo koristiti i gotove formule:

$$I_2 = \frac{A}{2a} \ln |ax^2 + bx + c| + \left(B - \frac{Ab}{2a}\right) I_1 + c \quad I_4 = \frac{A}{a} \sqrt{ax^2 + bx + c} + \left(B - \frac{Ab}{2a}\right) I_3 + c$$

PRIMERI:

$$\int \frac{dx}{2x^2 + 8x + 20}, \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}, \int \frac{3x + 2}{2x^2 + 8x + 20}, \int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + x + 1}}, \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 6x + 5}}, \int \frac{x}{\sqrt{5 + x - x^2}} dx, \int \frac{5x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} dx, \int \frac{dx}{x\sqrt{1 - 4 \ln x - \ln^2 x}}$$

INTEGRACIJA RACIONALNE FUNKCIJE

Racionalna funkcija je oblika: $\frac{P(x)}{Q(x)}$. Ona može biti prava i nepravna. Ako je max stepen $P(x)$ veći ili jednak sa

max stepenom $Q(x)$ onda je to nepravna racionalna funkcija. Moramo podeliti ta dva polinoma i dobiti pravu racionalnu funkciju. Ako je max stepen $Q(x)$ veći od max stepena $P(x)$ onda je racionalna funkcija prava. Na primerima ćemo pokazati kako rastavljamo pravu racionalnu funkciju:

Najpre moramo imenilac rastaviti na činioce upotrebom:

- izvlačimo zajednički ispred zagrade
- razlika kvadrata: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$ ako nam je data kvadratna jednačina
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ ili $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ razlika, odnosno zbir kubova

onda radimo: Na primer:

$$\frac{\text{izraz}}{(x-1)(x+5)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+5}; \quad \frac{\text{izraz}}{(x-1)^3(x+7)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x+7)}$$

$$\frac{\text{izraz}}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+1}; \text{ znači ako imamo nerazloživ izraz moramo uzeti } Bx+C \text{ (PAZI NA OVO)}$$

PRIMERI:

$$\int \frac{(x+2)}{(x-1)(x+5)} dx, \int \frac{x+1}{x^2-3x} dx, \int \frac{x-1}{x^3+x^2-6x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{x^3-1}, \int \frac{4dx}{x^4+1}; \int \frac{xdx}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$\int \frac{x^3 + x^2 - 16x + 16}{x^2 - 4x + 3} dx, \int \frac{x^5 + 2}{x^3 - 1} dx, \int \frac{(x+1)^3}{x^2 - x} dx$$