

ALGEBARSKE STRUKTURE

UVOD:

Def 1. Operacija dužine n u skupu X je svako jednoznačno preslikavanje skupa X^n u skup X

Za $n=1$ je **UNARNA** operacija, za $n=2$ je **BINARNA** operacija, tj, jednoznačno preslikavanje skupa X^2 u skup X . Najčešće oznake binarne operacije su: $*$, \times , \oplus , $+$ itd

Def 2. Za binarnu operaciju $*$ u skupu X važi **ASOCIJATIVNI** zakon ako je $(\forall x, y, z \in X) x*(y*z)=(x*y)*z$

Def 3. Za binarnu operaciju $*$ u skupu X važi **KOMUTATIVNI** zakon ako je $(\forall x, y \in X) x*y=y*x$

Def 4. Neka su u skupu X date dve binarne operacije $*$ i $\#$

Levi i desni **DISTRIBUTIVNI** zakon glasi:

$$\begin{aligned}(\forall x, y, z \in X) \quad x\#(y*z)&=(x\#y)*(x\#z) \\ (x*y)\#z&=(x\#y)*(x\#z)\end{aligned}$$

Def 5. Ako postoji element $e \in X$ takav da je $(\forall x \in X) e*x=x*e=x$ onda se takav element naziva **NEUTRAL** (jedinični element)

Stav : Ako postoji neutralni element onda je on jedinstven.

Def 6. Neka u odnosu na operaciju $*$ u skupu X postoji neutral e . Tada se element x naziva **SUPROTAN** elementu x ako važi:

$$x*x'=x'*x=e$$

DEF1. Skup X zajedno sa binarnom operacijom $*$ zove se **GRUPOID**. Oznaka je $(X, *)$

DEF2. neka su $(X, *)$ i $(Y, \#)$ grupoidi. Preslikavanje $h: X \rightarrow Y$ je **HOMOMORFIZAM** ako je $(\forall x, y \in X) h(x*y)=h(x)\#h(y)$

Ako je $X=Y$ onda je to **AUTOMORFIZAM**

Ako je ovo preslikavanje još i **bijekcija** (1-1, i "na"), onda je to **IZOMORFIZAM**

DEF 3. Grupoid $(X, *)$ za čiju operaciju $*$ važi asocijativnost zove se **POLUGRUPA**

DEF 4. Polugrupa $(X, *)$ u kojoj postoji neutralni element i u kojoj svaki element ima inverzni element zove se **GRUPA**.

Kad ispitujemo da li je zadata struktura grupa radimo sledeće:

1. Ispitujemo “zatvorenost zadane operacije”
2. Ispitujemo asocijativnost
3. Tražimo neutralni element
4. Tražimo inverzni element

DEF 5. Ako za grupu $(X, *)$ važi **i komutativni zakon** onda se ta grupa zove **ABELOVA GRUPA**

DEF 6. Neka je $(X, +, \bullet)$ skup sa dve operacije. ($+$ je aditivna a \bullet je multiplikativna)
Ako je:

1. $(X, +)$ Abelova grupa
 2. za operaciju \bullet važi distributivni zakon u odnosu na operaciju $+$
- onda je $(X, +, \bullet)$ **PRSTEN**

DEF 7. Prsten $(X, +, \bullet)$ je **TELO** ako je $(X \setminus \{0\}, \bullet)$ grupa, gde je 0 neutralni element za operaciju $+$.

DEF 8. Komutativno telo je **POLJE**.