STEPEN I KVADRATNI KOREN

Proizvod $\underbrace{a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n-puta} = a^n$ naziva se n **-tim** stepenom broja. Ako je $a \in R$ ^ $a \neq 0$ i neka je $n \in N$:

Po definiciji je:

1) $a^0 = 1 \rightarrow$ primer: $5^0 = 1, \quad (-3)^0 = 1, \quad \left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$

2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \rightarrow$ primer: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}, \quad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

Još važna sledeća pravila:

3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \rightarrow$ primer: $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$
4) $a^m : a^n = a^{m-n} \rightarrow$ primer: $7^{10} : 7^6 = 7^{10-6} = 7^4$
5) $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \rightarrow$ primer: $(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}$
6) $(a \cdot b) = a^n \cdot b^n \rightarrow$ primer: $(12 \cdot 11)^5 = 12^5 \cdot 11^2$
7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \rightarrow$ primer $\left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{7^2}{4^2} = \frac{49}{16}$
8) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \rightarrow$ primer $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

O čemu treba voditi računa?

Treba paziti na zapis: $(-5)^2 = (-5)(-5) = 25$, dok $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$. Uopšteno važi:

$$(-a)^{paran} = a^{paran}$$
$$(-a)^{neparan} = -a^{neparan}$$

Dakle, paran izložilac ‘’uništi’’ minus.

Još jedna stvar može biti zbunjujuća:

$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = ?$

$\frac{2^2}{5} = ?$

$\frac{2}{5^2} = ?$

Dali su rešenja ova tri izraza ista? **U pravu ste – NISU!**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$$

Pazite dakle na zapis….

$$\frac{2}{5^2} = \frac{2}{25}$$

Primeri:

1) Izračunati: $\frac{(2^7:2^5)\cdot 2^3}{2^4:2^2}$

$$\frac{(2^7:2^5)\cdot 2^3}{2^4:2^2} = \frac{2^{7-5}\cdot 2^3}{2^{4-2}} = \frac{2^2\cdot 2^3}{2^2} = \frac{2^{2+3}}{2^2} = \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

---

2) Izračunati: $\frac{3^5\cdot 9^3}{27^2\cdot 3} =$

$$\frac{3^5\cdot 9^3}{27^2\cdot 3} = \frac{3^5\cdot (3^2)^3}{(3^3)^2\cdot 3^1} = \frac{3^5\cdot \cancel{3^6}}{\cancel{3^6}\cdot 3^1} = \frac{3^5}{3^1} = 3^{5-1} = 3^4 = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 81$$

---

3) Izračunati: $\frac{(x^4)^3\cdot x^3 : x^5}{(x^5:x^2)^3}$

$$\frac{(x^4)^3\cdot x^3 : x^5}{(x^5:x^2)^3} = \frac{x^{12}\cdot x^3 : x^5}{(x^{5-2})^3} = \frac{x^{12+3-5}}{(x^3)^3} = \frac{x^{10}}{x^9} = x^{10-9} = x^1 = x$$

---

4) Izračunati: $\frac{3^{n+1}\cdot 3^{n+2}}{3^{2n+4}}$

$$\frac{3^{n+1}\cdot 3^{n+2}}{3^{2n+4}}=\frac{3^{n+1+n+2}}{3^{2n+4}}=\frac{3^{2n+3}}{3^{2n+4}}=\text{ [pazi na zagrade zbog minusa]=}$$

$$=3^{(2n+3)-(2n+4)}=3^{2n+3-2n-4}=3^{-1}=\frac{1}{3^1}=\frac{1}{3}$$

Kvadratni koren nenegativnog broja a u oznaci $\sqrt{a}$ jeste nenegativni realni broj čiji je kvadrat jednak broju a.

Najvažnija svojstva korenovanja su:

$(\sqrt{a})^2=a \qquad a\geq 0$

$\sqrt{a^2}=|a|$

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

Pre negi li vidimo par primera, naš savet vam je da sledeće vrednosti naučite napamet:

$11^2=121\leftrightarrow\sqrt{121}=11$	$16^2=256\leftrightarrow\sqrt{256}=16$	$21^2=441\leftrightarrow\sqrt{441}=21$	$26^2=676\leftrightarrow\sqrt{676}=26$
$12^2=144\leftrightarrow\sqrt{144}=12$	$17^2=289\leftrightarrow\sqrt{289}=17$	$22^2=484\leftrightarrow\sqrt{484}=22$	$27^2=729\leftrightarrow\sqrt{729}=27$
$13^2=169\leftrightarrow\sqrt{169}=13$	$18^2=324\leftrightarrow\sqrt{324}=18$	$23^2=529\leftrightarrow\sqrt{529}=23$	$28^2=784\leftrightarrow\sqrt{784}=28$
$14^2=196\leftrightarrow\sqrt{196}=14$	$19^2=361\leftrightarrow\sqrt{361}=19$	$24^2=576\leftrightarrow\sqrt{576}=24$	$29^2=841\leftrightarrow\sqrt{841}=29$
$15^2=225\leftrightarrow\sqrt{225}=15$	$20^2=400\leftrightarrow\sqrt{400}=20$	$25^2=625\leftrightarrow\sqrt{625}=25$	$30^2=900\leftrightarrow\sqrt{900}=30$

Našta treba ovde obratiti pažnju?

$\sqrt{(-5)^2}=?$

$\sqrt{(-5)^2}=|-5|=5$ ili recimo : $\left(\sqrt{-10}\right)^2=|-10|=10$

$\sqrt{1-\frac{9}{25}}=?$

Ovde je prmamljivo : $\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{1}-\sqrt{\frac{9}{25}}$ ali **NE - ovo nije tačno!**

Zapamtite da uvek morate da "sredite" prvo izraz unutar korena!

$$\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{25-9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

U nekim situacijama ne možemo naći tačnu vrednost korena, recimo $\sqrt{8},\sqrt{50},\sqrt{108}\ldots$

Ovde je ideja da potkoreni broj napišemo kao proizvod dva broja , ali tako da iz jednog od njih možemo naći celobrojni koren!

Primer:

$$\sqrt{50}=?$$

Ako probamo da je 50 = 10*5, to nam ne odgovara, jer nemamo koren ni iz 10 , ni iz 5…Zato:

$$\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{108}=?$$

$$\sqrt{108}=\sqrt{36\cdot 3}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

Ako vam se desi da u rešenju nekog zadatka dobijete **koren u imeniocu ,** morate izvršiti takozvanu **racionalizaciju.**

Primer:

$$\frac{1}{\sqrt{7}}=?$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}}=?$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$