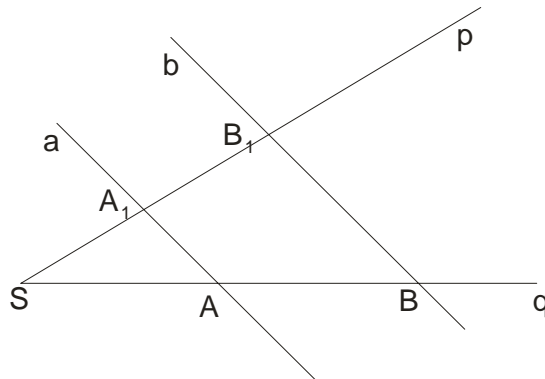


**Talesova teorema:**

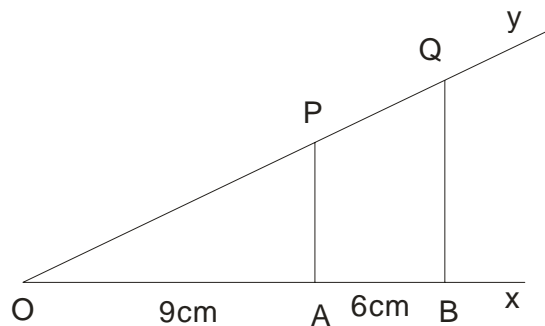
Ako paralelne prave  $a$  i  $b$  presecaju pravu  $p$  u tačkama  $A$  i  $B$ , a pravu  $q$  u tačkama  $A_1$  i  $B_1$  i ako je  $S$  zajednička tačka pravih  $p$  i  $q$ , tada važi:

$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA_1}{SB_1}$$

**Primer 1:**

Dve paralelne prave seku krak  $O_x$  jednog ugla u tačkama  $A$  i  $B$ , a krak  $O_y$  u tačkama  $P$  i  $Q$ . Ako su podaci kao na crtežu, odrediti:

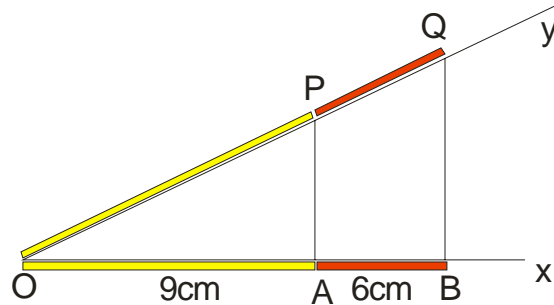
- A)  $OP : PQ$
- B)  $OQ : OP$

**Rešenje:**

- A)

Najpre na polupravo  $O_y$  uočimo date duži  $OP$  i  $PQ$ . Dalje razmišljamo koje duži su njima odgovarajuće na  $O_x$ . To su  $OA$  koja odgovara duži  $OP$  i  $AB$  koja odgovara duži  $PQ$ .

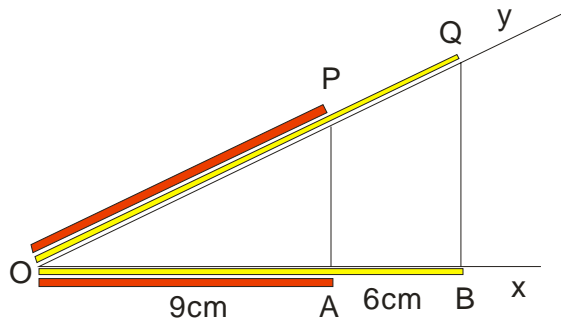
Pogledajmo to i na slici



Koristimo Talesovu teoremu:

$OP : PQ = OA : AB = 9 : 6$  i ako malo skratimo sa 3, dobijamo  $OP : PQ = OA : AB = 9 : 6 = 3 : 2$

**B)**  $OQ : OP = ?$



Duži  $OQ$  odgovara duž  $OB$  ( pazi :  $OB = 9+6 = 15$ ) dok duži  $OP$  odgovara duž  $OA$ .

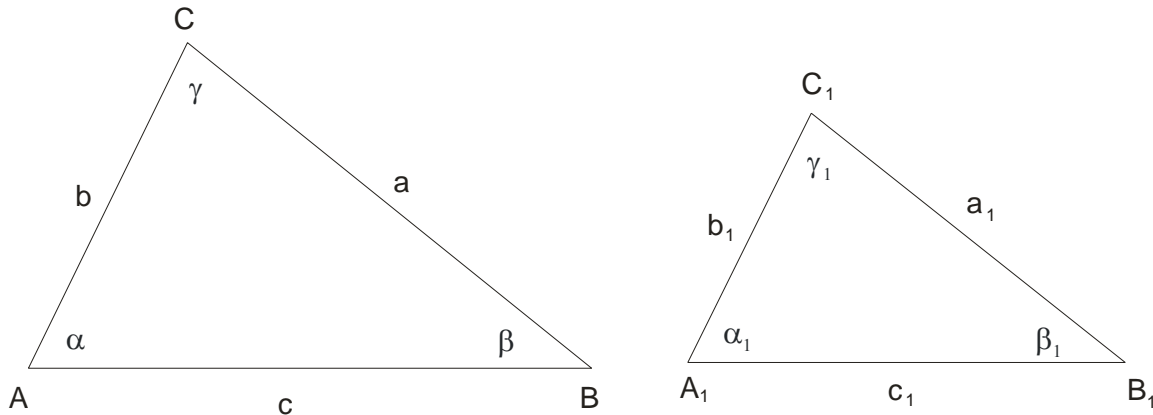
Dakle

$OQ : OP = OB : OA = 15 : 9$  i ako opet malo skratimo sa 3 , dobijamo

$OQ : OP = OB : OA = 15 : 9 = 5 : 3$

**Sličnost** je preslikavanje neke figure  $F$  u figuru  $F_1$  tako da je razmera odgovarajućih duži figura  $F$  i  $F_1$  isti broj i ako su odgovarajući uglovi jednaki.

**Za utvrđivanje sličnosti trouglova koristimo četiri stava:**



**I stav**

Dva trougla  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  su slična ako i samo ako je jedan par stranica jednog trougla proporcionalan paru stranica drugog, a uglovi zahvaćeni ovim stranicama jednaki su među sobom.

**II stav**

Trouglovi  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  su slični ako i samo ako su dva ugla jednog trougla jednaka sa dva odgovarajuća ugla drugog.

**III stav**

Trouglovi  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  su slični ako i samo ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

**IV stav**

Dva trougla  $\triangle ABC$  i  $\triangle A_1B_1C_1$  su slična ako i samo ako su dve stranice jednog trougla proporcionalne odgovarajućim stranicama drugog, uglovi naspram dveju od tih odgovarajućih stranica jednaki, a naspram drugih dveju odgovarajućih stranica su oba ugla oštra, oba prava ili oba tupa.

U zadacima, pošto zaključimo da su neka dva trougla slična, primenjujemo:

$$a : a_1 = b : b_1 = c : c_1 = O : O_1 = k$$

Naravno :

$O = a + b + c$  je obim prvog trougla a

$O_1 = a_1 + b_1 + c_1$  je obim drugog trougla

k je koeficijent sličnosti

Vrlo lako možemo zaključiti da važe i sledeće proporcionalnosti:

$$a : a_1 = t_a : t_{a_1} = h_a : h_{a_1}$$

$$b : b_1 = t_b : t_{b_1} = h_b : h_{b_1}$$

$$c : c_1 = t_c : t_{c_1} = h_c : h_{c_1}$$

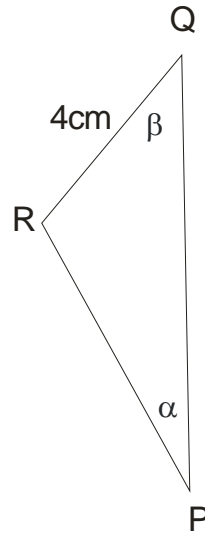
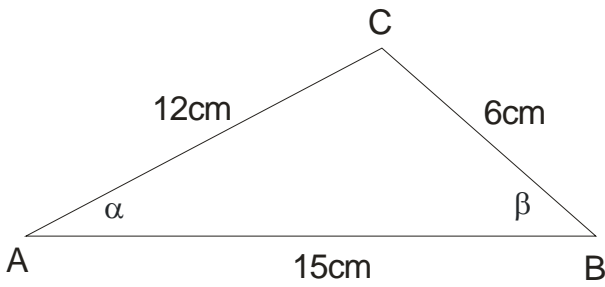
$$P : P_1 = a^2 : a_1^2 = b^2 : b_1^2 = c^2 : c_1^2$$

Naravno ovde su :

t- težišne duži, h – visine i P – površine sličnih trouglova.

### Primer

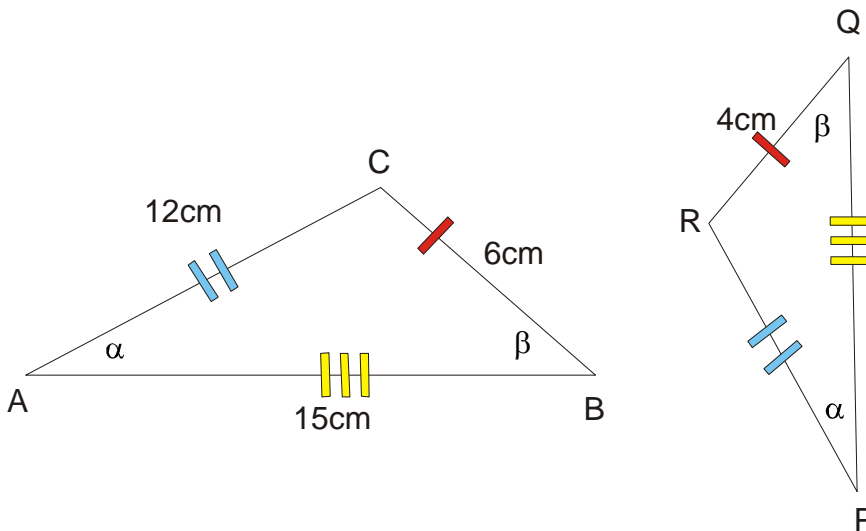
Na crtežu su dati podaci o trouglovima ABC i PQR. Odrediti dužine stranica PQ i PR trougla PQR.



**Rešenje:**

Uočimo najpre da su trouglovi slični po **II stavu** o sličnosti trouglova. Dalje predložimo da sa crticama obeležite koja kojoj stranici odgovara.

Pogledajte na sledećoj slici:



Kako imamo podatke za najmanje duži ( sa po jednom crvenom crtkom) one će biti na početku proporcije...

$$BC : RQ = AC : PR$$

$$6 : 4 = 12 : PR$$

$$6 \cdot PR = 4 \cdot 12$$

$$PR = \frac{48}{6}$$

$$PR = 8\text{cm}$$

$$BC : RQ = AB : PQ$$

$$6 : 4 = 15 : PQ$$

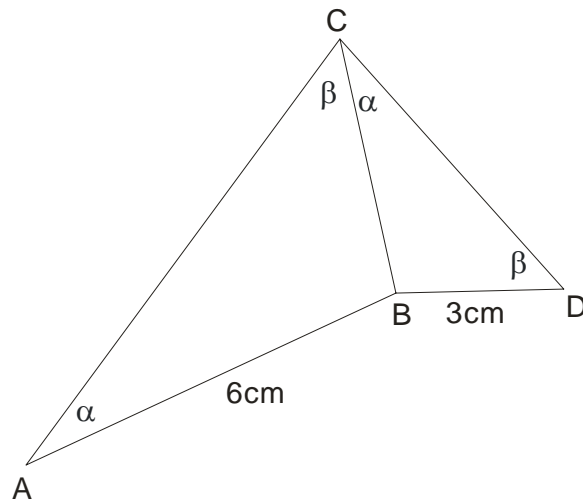
$$6 \cdot PQ = 4 \cdot 15$$

$$PQ = \frac{60}{6}$$

$$PQ = 10\text{cm}$$

### Primer

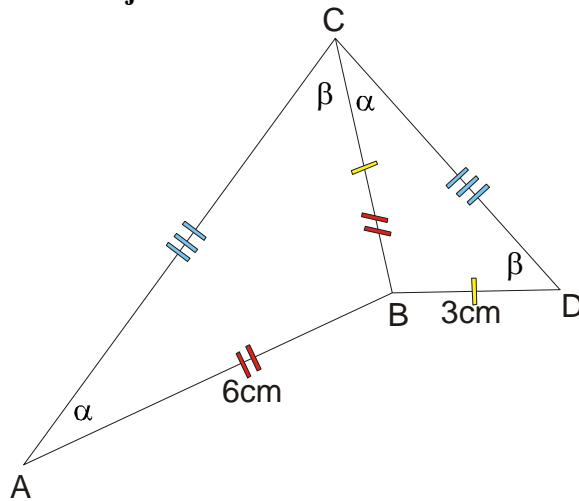
Ako su oznake i podaci kao na priloženom crtežu, odrediti dužinu zajedničke stranice BC trouglova ABC i CBD.



### Rešenje:

Kao i u prethodnom primeru, trouglovi ABC i CBD su slični po II stavu, jer imaju po dva odgovarajuća ugla jednaka.

I ovde ćemo upotrebiti trik sa crticama...



Uočimo dalje da nam stranice sa po tri crtice ( najduže) ne trebaju, jer nijedna od njih nema datu dužinu.

Moramo paziti jer je zajednička stranica BC istovremeno najkraća za trougao ABC i srednja po dužini za trougao BDC. Dakle:

$$AB : BC = BC : BD$$

$$6 : BC = BC : 3$$

$$BC \cdot BC = 6 \cdot 3$$

$$|BC|^2 = 18$$

$$BC = \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

### Primer

Stranice trougla ABC su  $a = 12\text{cm}$ ,  $b = 18\text{cm}$ ,  $c = 8\text{cm}$ . Odrediti obim njemu sličnog trougla čija je najduža stranica  $27\text{cm}$ .

### **Rešenje:**

Ovde ćemo upotrebiti:

$$a : a_1 = b : b_1 = c : c_1 = O : O_1 = k$$

Najpre se pitamo : **koja je to stranica u sličnom trouglu data?**

**Pa pošto je b najduža stranica u prvom trouglu , to je  $b_1 = 27cm$  .**

Dalje računamo obim prvog trougla:

$$O = a + b + c$$

$$O = 12 + 18 + 8$$

$$O = 38cm$$

Sada koristimo deo ove velike proporcije koji nam treba:

$$b : b_1 = O : O_1$$

$$18 : 27 = 38 : O_1$$

$$18 \cdot O_1 = 27 \cdot 38$$

$$O_1 = \frac{27 \cdot 38}{18}$$

$$O_1 = 57cm$$

