

$$1) (a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

2) затвореност операције :

Операција је затворена по начину на који је дефинисана у  $\mathbb{R}^2$

22) асоцијативност :  $A * (B * C) = (A * B) * C$

$$\underbrace{(a, b) * [(c, d) * (p, q)]}_{\text{LEVA STRANA}} = [(a, b) * (c, d)] * (p, q)$$

$$\begin{aligned} (a, b) * [(c, d) * (p, q)] &= \\ [(a(c-p-dq) - b(cq+dp), a(cq+dp) + b(cp-dq)] &= \\ [acp - adq - bcq - bdp, acq + adp + bcp - bdq] & \end{aligned}$$

DESNA STRANA :

$$[(a, b) * (c, d)] * (p, q) =$$

~~(a, b) \* p, q~~

$$[ac - bd, ad + bc] * (p, q) =$$

$$[(ac - bd)p - (ad + bc)q, (ac - bd)q + (ad + bc)p]$$

$$= [acp - bdp - adq - bcq, acq - bdq + adp + bcp]$$

Пошто су лева и десна страна исте  $\Rightarrow$  важе асоцијативност

## 22i) Постоји неутрал

Нека је неутрал  $(e_1, e_2)$  ТАДА мора бити:

$$(a, b) * (e_1, e_2) = (e_1, e_2) * (a, b) = (a, b)$$

Узмимо:  $(a, b) * (e_1, e_2) = (a, b)$

$$(ae_1 - be_2, ae_2 + be_1) = (a, b)$$

систем  $\left. \begin{array}{l} ae_1 - be_2 = a \\ ae_2 + be_1 = b \end{array} \right\}$  решени по  $e_1$  и  $e_2$

па је  $(e_1, e_2) = (1, 0) \Rightarrow$  постоји неутрал.

## 2v) Постоји инверз (нека је то $(m, n)$ )

$$(a, b) * (m, n) = (1, 0) = (m, n) * (a, b)$$

$$\left. \begin{array}{l} am - bn = 1 \\ an + bm = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{решени по } m \text{ и } n$$

$$(m, n) = \left( \frac{a}{a^2 + b^2}, \frac{-b}{a^2 + b^2} \right) \text{ је инверзни елемент}$$

Дакле ова структура је група!

## v) комутативност

$$(a, b) * (c, d) = (c, d) * (a, b) (?)$$

$$(ac - bd, ad + bc) = (ca - db, cb + ad)$$

јесте комутативна!

Дакле Аделова група је!