OSNA SIMETRIJA

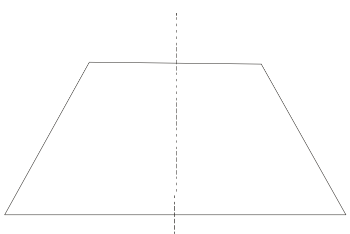
Preslikavanje ravni, pri kojem se svaka tačka A te ravni preslikava u tačku A` , simetričnu sa A u odnosu na pravu s te ravni, nazivamo **osnom simetrijom** u odnosu na pravu (osu) s. Najčešća oznaka za osnu simetriju je I_s .

Naravno, vi obeležavajte kako kaže vaš profesor.

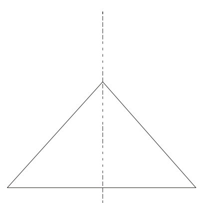
Za dve figure F i F` neke ravni kažemo da su simetrične u odnosu na pravu $s$ te ravni ( osno simetrične) , ako svakoj tački $P$ figure $F$ odgovara tačka $P$` figure F` , tako da je $I_s(P) = P$` . Naravno, važi i obrnuto, svakoj tački Q` figure $F$` odgovara tačka Q figure F tako da je $I_s(Q) = Q$` .

Osna simetrija se još naziva i osna refleksija ili samo refleksija.

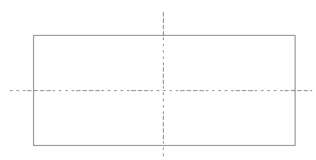
Evo nekoliko primera osno simetričnih figura sa jednom ili više osa simetrije…



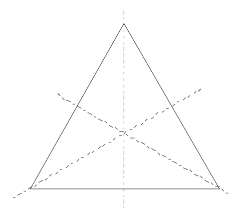
jedna osa simetrije



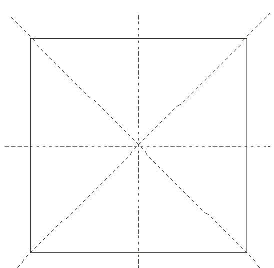
jedna osa simetrije



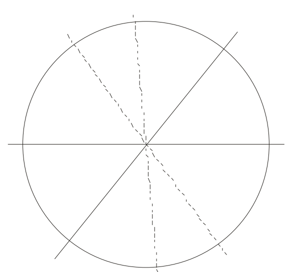
dve ose simetrije



tri osa simetrije



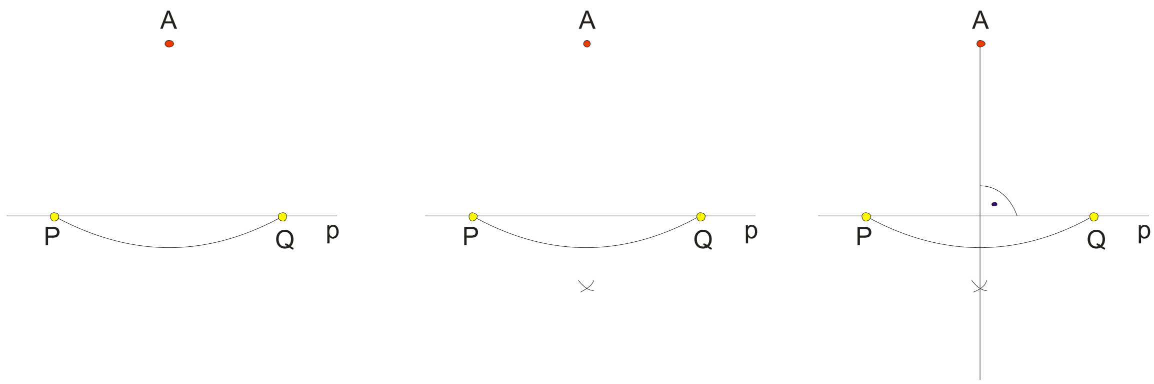
četiri osa simetrije



svaki prečnik je osa simetrije

Kao što vidimo na slikama, jednakokraki trapez i jednakokraki trougao imaju po jednu osu simetrije. Pravougaonik ima dve ose simetrije, jednakostranični trougao tri ose simetrije, kvadrat četiri ,dok je kod kruga svaki prečnik osa simetrije.

Pre nego li krenemo sa zadacima , podsetićemo se jedne konstrukcije koju moramo raditi (ako zahteva profesor) kod svakog zadatka. **Trebamo iz date tačke *A* konstruisati normalu na datu pravu *p*.**



slika 1. slika 2. slika 3.

Iz tačke A opišemo luk na pravoj p (slika 1.)

Ubodemo šestar u tačku P , uzmemo otvor malo veći od polovine rastojanja PQ i opišemo mali luk. Isti luk opišemo iz tačke Q (slika 2.)

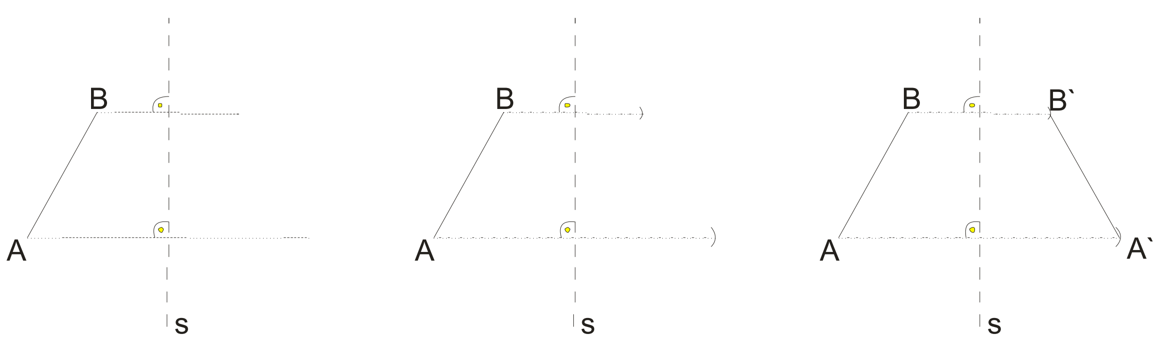
Presek tih lukova spojimo sa tačkom A i eto normale…(slika 3.)

Naravno, ako vaš profesor dozvoljava , lakše je koristiti prav ugao na trouglu (lenjiru).

primer 1.

Datoj duži AB konstruisati duž A`B` simetričnu u odnosu na pravu *s* koja ne seče duž.

Rešenje:



slika 1. slika 2. slika 3.

Iz tačaka A i B konstruišemo normale na pravu s (osa simetrije) što vidimo na slici 1.

U tačkama u kojima normale seku osu zabodemo šestar i prebacimo rastojanja do A , odnosno B na drugu stranu, i dobili smo tačke A` i B` , što vidimo na slici 2.

Spojimo dobijene tačke i eto tražene simetrične duži (slika 3.)

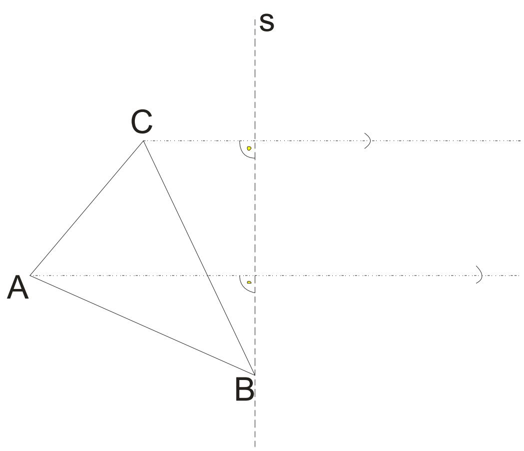
Napomena

Pazite , ovo je konstrukcijski zadatak, što znači da bi trebalo raditi sve po koracima: analiza, konstrukcija, dokaz , diskusija. Mi ćemo vam objasniti kako se konkretno radi osna simetrija a vi , opet ponavljamo, ako vaš profesor traži, morate sve detaljno raditi...

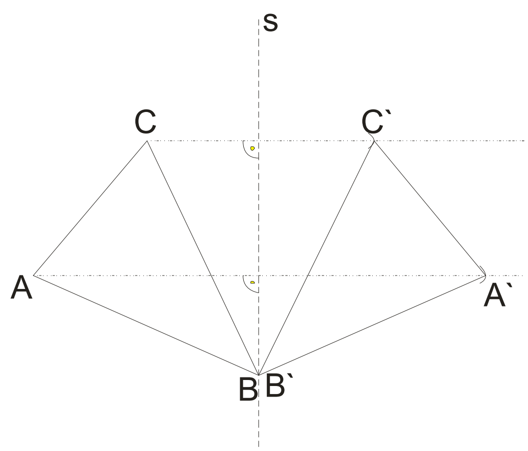
primer 2.

Dat je trougao ABC. Konstruisati njemu simetričan trougao u odnosu na pravu s koja sadrži teme B tog trougla i ne seče stranicu AC.

Rešenje:



slika 1.



slika 2.

Ovde imamo jednu značajnu stvar da zapamtimo: **ako je tačka na osi simetrije, onda se ona ne mora preslikavati, jer je njena osno simetrična tačka baš ta tačka, to jest** $B \equiv B`$**.**

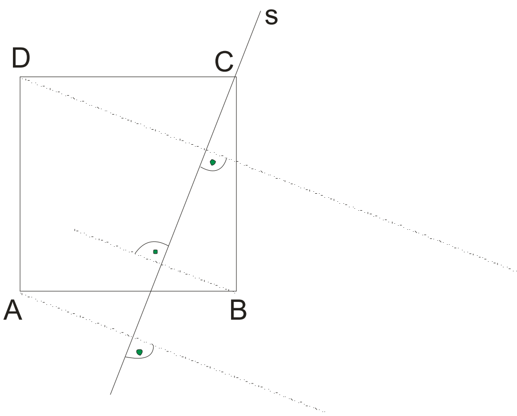
Postupak je uvek isti, iz temena A i C povučemo normale na osu *s* i prebacimo rastojanja na drugu stranu ose *s*.

Spojimo dobijene tačke i eto rešenja.

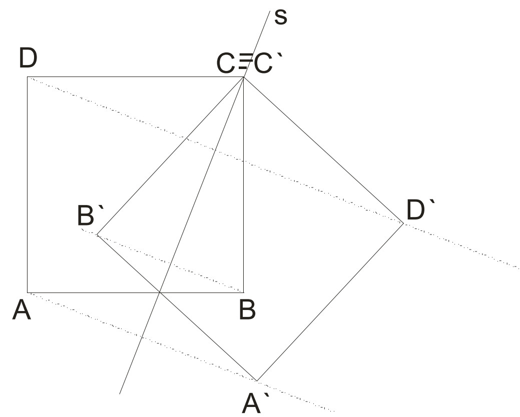
primer 3.

Prava *s* sadrži teme C kvadrata ABCD i seče stranicu AB. Konstruisati kvadrat simetričan kvadratu ABCD.

Rešenje:



slika 1.



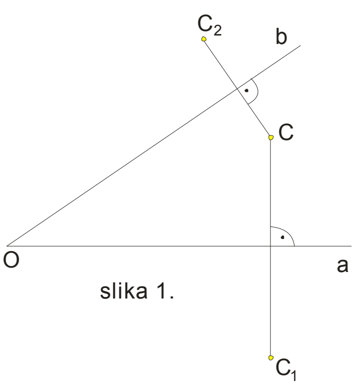
slika 2.

Tačka C je na osi , pa je $C \equiv C`$ a za ostale tačke radimo poznati postupak…

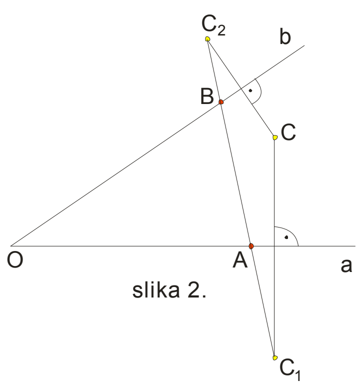
primer 4.

Dat je oštar ugao *Oab* i u njemu tačka C. Konstruisati tačke *A* i *B*, $A \in a, B \in b$ tako da obim trougla ABC bude najmanji.

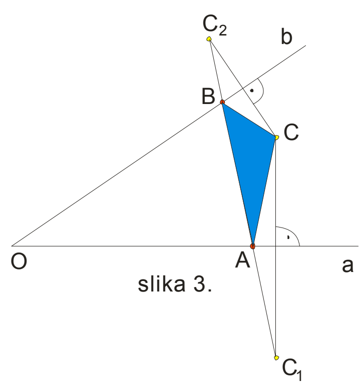
Rešenje:



slika 1.



slika 2.



slika 3.

Najpre konstruišemo tačke C_1 i C_2 koje su simetrične sa tačkom C u odnosu na krake *Oa* i *Ob.* (slika 1.)

Spojimo duž $C_1 C_2$. Presek ove duži sa kracima *Oa* i *Ob* nam daje tačke A i B (slika 2.).

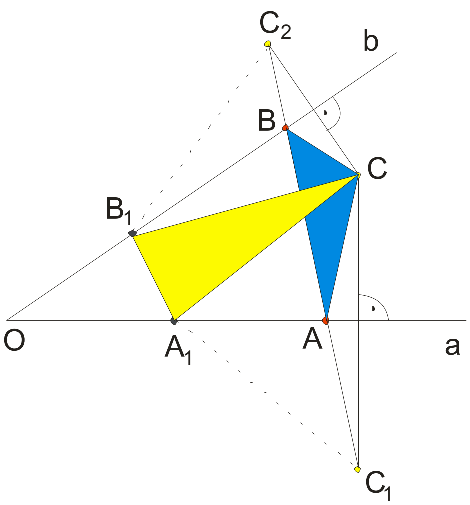
Spojimo tačke A, B i C da dobijemo trougao najmanjeg obima. (slika 3.)

Naravno, sad se pitamo **zašto je baš ovaj trougao najmanjeg obima**?

Njgov obim je *O*=AB + AC + BC, a kako je AC=AC_1 i BC=BC_2, možemo reći da je obim :

O=AB + AC_1 + BC_2 , odnosno, obim je duž $C_1 C_2$.

Ako bi uzeli neke dve druge tačke A_1 i B_1, imali bismo:



Obim ovog trougla bi bio: $O = A_1B_1 + A_1C + B_1C$ a kako je $A_1C = A_1C_1$ i $B_1C = B_1C_2$ to je obim :

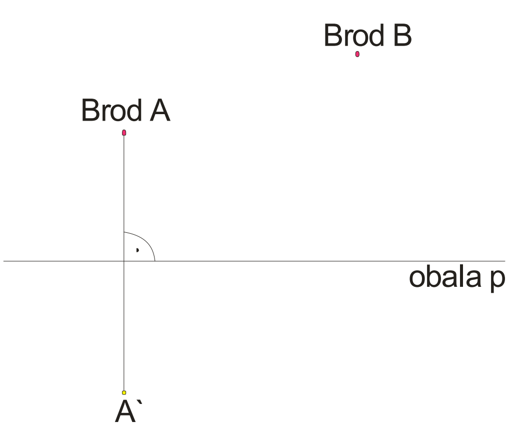
$O = A_1B_1 + A_1C_1 + B_1C_2$ a to je izlomljena linija koja je sigurno kraća od C_1C_2. (vidi sliku)

primer 5.

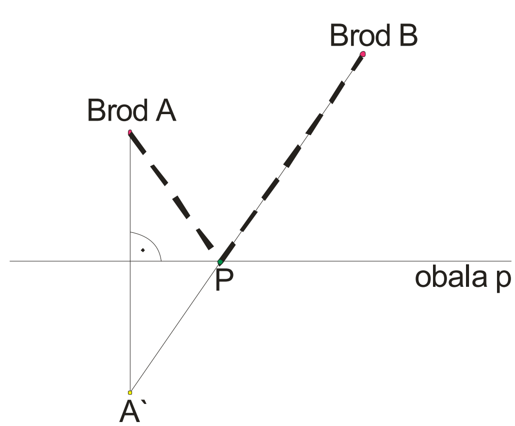
Dva broda, *brod A* i *brod B* nalaze se usidreni na moru, nedaleko od pravolinijske *obale p.* Sa *broda A* čamac treba da preveze jednog putnika do obale a zatim da dodje do *broda B*. Odrediti (konstruisati) najkraći put kojim čamac treba da plovi da bi obavio postavljeni zadatak.

<u>Rešenje:</u>

Način razmišljanja je sličan kao u prethodnom zadatku:



slika 1.



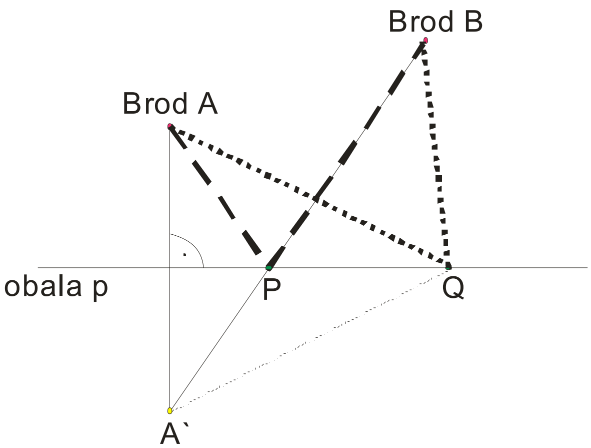
slika 2.

Nadjemo tačku A` simetričnu sa A u odnosu na obalu p kao osu simetrije.

Spojimo tačku A` sa tačkom B . U preseku te duži i prave p je tražena tačka P na kojoj treba iskrcati putnika.

Dokaz da je ovo najkraći put kojim čamac plovi je analogan dokazu prethodnog zadatka.

Recimo da se putnik iskrca na nekom drugom mestu, na primer u tački Q.



Najkraći put koju smo našli konstrukcijski je AP+PB, odnosno A`P+PB , to jest A`P+PB=A`B.

Putanja AQ+ QB je duža, jer je to ustvari putanja A`Q+ QB , koja predstavlja zbir dve stranice trougla A`QB, a znamo da je zbir dve stranice uvek veći od dužine treće stranice!